



**ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ  
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ  
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ**

**BURKULMA DENEYİ  
DENEY FÖYÜ**

**HAZIRLAYANLAR**

Prof.Dr. Erdem KOÇ

Yrd.Doç.Dr. İbrahim KELEŞ

**EKİM 2012**

**SAMSUN**

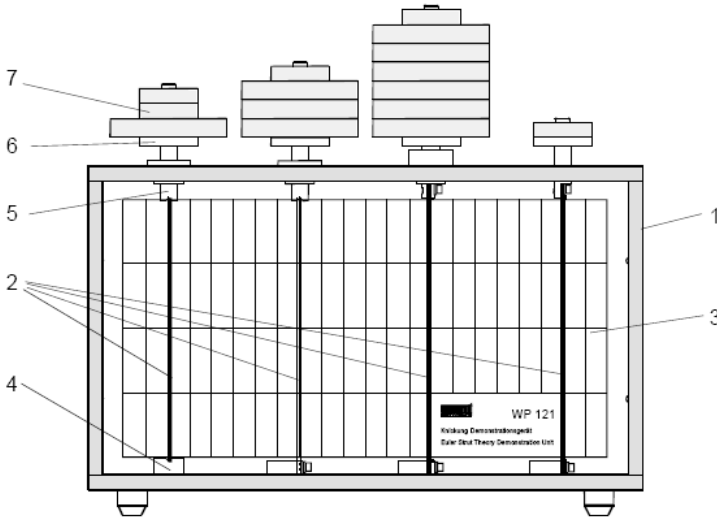
# BURKULMA DENEYİ

## 1. DENEYİN AMACI

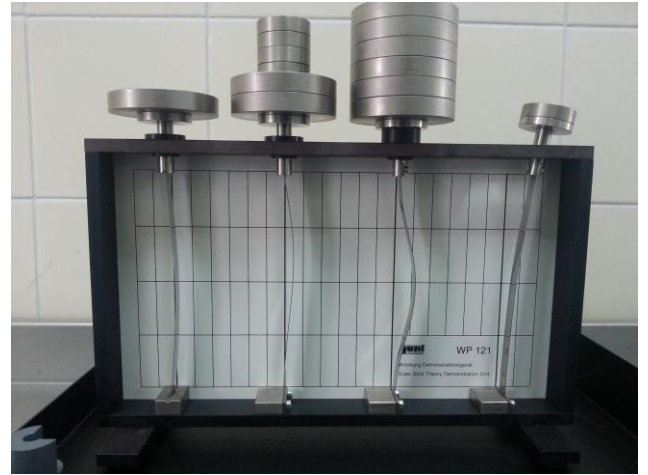
Bu deneyde, Euler burkulma teorisinin incelenmesi ve mesnetleme şekillerine göre kritik burkulma kuvvetleri ve gerilmelerinin belirlenerek sistemin emniyet kontrolünün yapılması amaçlanmıştır.

## 2. DENEY TESİSATI

Şekil 1'de verilen deney tesisatında, mesnetleme şekillerinin oluşturulduğu ve dört burkulma çubuğunun(2) yerleştirildiği bir çerçeveden(1) oluşmaktadır. Çerçevenin arka duvarı(3) oluşan burkulma şekillerini gözlemleyebilmek için beyaz yüzeyin üzeri eşit aralıklarla ölçeklendirilmiştir. Burkulma çubuk ağızları Euler burkulma çeşitlerini gösterecek şekilde tasarlanmıştır. Deney düzeneğinin alt kısmındaki ağızlar(4) çerçeveye sabitlenmesine rağmen üst kısmındaki ağızlar(5) düşey olarak ayarlanabilecek şekilde tasarlanmıştır. Çerçevenin üzerindeki üst tutucu(6) üzerine ağırlıklar(7) yerleştirilecek şekilde dizayn edilmiştir. Tutucuların ağırlığı 1 N'dur. Yükleme 5 N ve 1 N ağırlığındaki yükler ile gerçekleştirilmektedir.



(a)



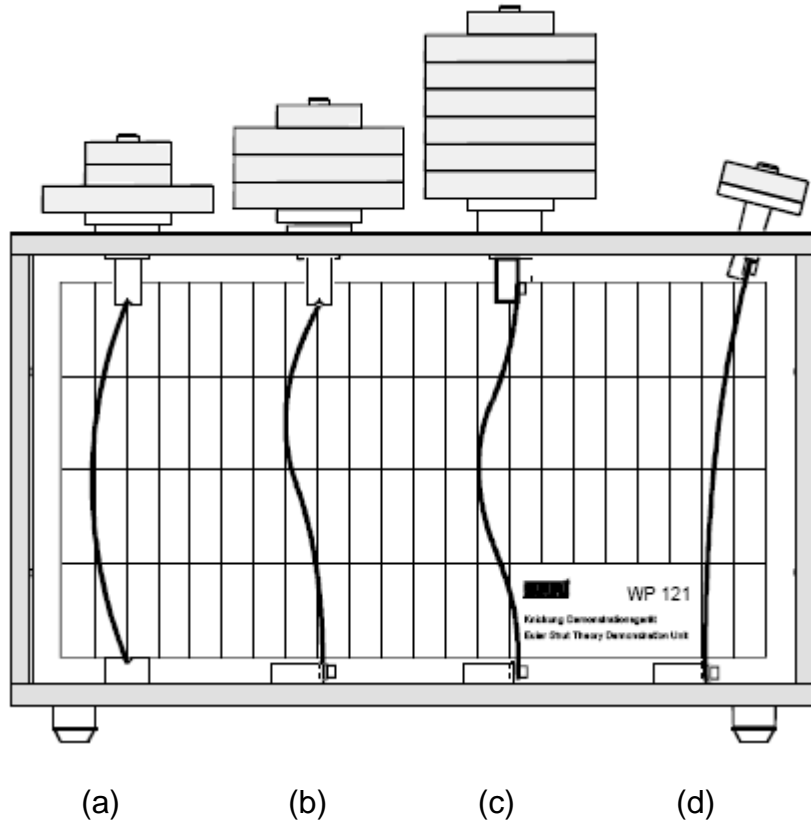
(b)

Şekil 1. Burkulma deney tesisatı

### 3. TEORİK BİLGİ

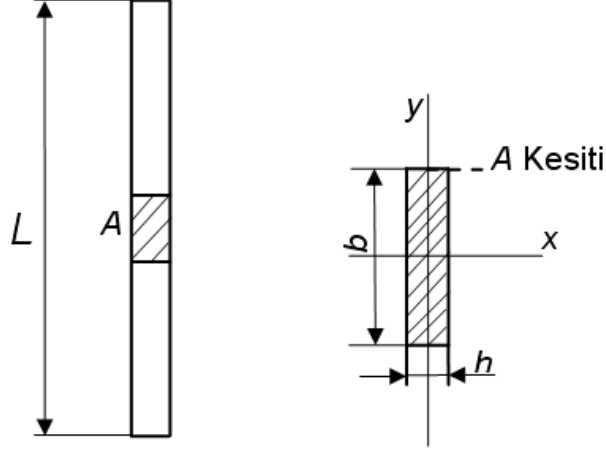
Uzun ince çubuk şeklindeki makina elemanlarında, eksen doğrultusunda etkiyen basma kuvvetleriyle boyca kısalmanın gerçekleştiği (elastik limite kadar Hooke kanunu uyarınca) görülür. Kuvvetin daha da artırılması halinde çubuğun kararsız duruma gelerek rijitliğin yeterli olmaması nedeniyle, eski haline gelemediği ve kuvvetin çubuk orta bölgesinde oluşturduğu moment etkisiyle deformasyona (**burkulmaya**) uğradığı gözlenebilmektedir. Burkulma şeklinde oluşan şekil değişimi veya deformasyon çubukların mesnetleme şekillerine bağlı olarak değişik biçimde ortaya çıkmaktadır. Çubuğu burkmaya çalışan kritik yük, malzeme rijitliği veya elastisite modülü (E) ve çubuk geometrik boyutlarına bağlıdır[1].

Şekil 2 'de deney düzeneği üzerindeki burkulma çeşitleri gösterilmektedir. Şekil 2a'da deney düzeneğinin alt kısmındaki ağız ve üst kısımdaki tutucu ucuna yiv açılarak iki ucundan mafsallı(dönmeye müsaade eden) hareket edebilecek şekilde mesnetlenmiştir. Şekil 2b'de deney düzeneğinin alt kısmındaki ağza çubuk, cıvatalı bağlantı yapılarak bir ucu sabit(ankastre), üst tutucunun uç kısmına yiv açılarak diğer ucu mafsallı hareket edebilecek şekilde mesnetlenmiştir. Şekil 2c'de alt ağız ve üst tutucu cıvatalı bağlantı yapılarak iki ucu sabit hareket edebilecek şekilde mesnetlenmiştir. Şekil 2d'de ise alt ağız ve üst tutucu cıvatalı bağlantı ile bir ucu sabit, diğer ucu serbest çubuk için yükleme durumunu göstermektedir.



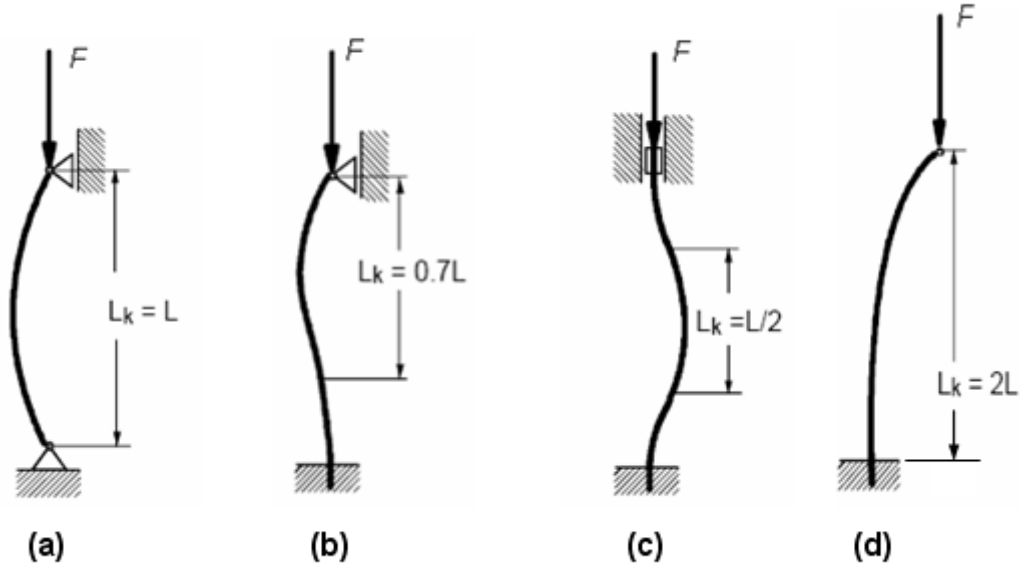
Şekil 2. Çubuklardaki burkulma çeşitleri

Dikdörtgen kesitli burkulmaya zorlanan çubuk ana boyutları Şekil 3'de verilmiştir. Çubuğun boyutları eni ( $b=12$  mm), kalınlığı ( $h=0,5$  mm) ve çubuk boyu ( $L=180$  mm) şeklindedir.



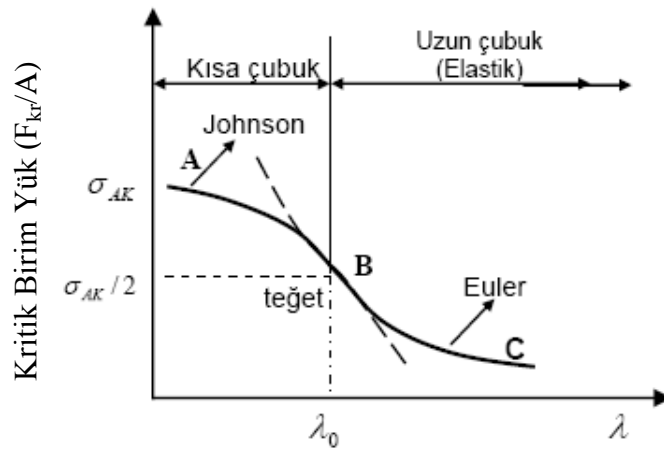
**Şekil 3.** Burkulma çubuğu ana boyutları

Şekil 4'de uygulamada karşılaşılabilen burkulmaya çalışan çubuklar ve mesnetleme şekilleriyle aksenal yükleme durumunda oluşabilen burkulma (flambaj) biçimlerini gösterilmiştir. Ayrıca, Şekil 4'den de görüldüğü gibi her mesnetleme durumunda etkili veya serbest burkulma boyu  $L_k$  burkulma öncesi çubuk boyu  $L$ 'nin belirli bir oranı (a tipi bağlantı şeklinde  $L_k=L$ , b tipinde  $L_k=0.7L$ , c tipinde  $L_k=L/2$ , d tipinde  $L_k=2L$ ) şeklinde değerlendirilebilmektedir. Şekil 4a'da çubuk alt ucundan ve üst ucundan mafsallı mesnetleme oluşturulmuştur. Şekil 4b'de bir ucu sabit diğer ucu mafsallı burkulmaya çalışan çubuğun aksenal yükleme durumu gösterilmektedir. Şekil 4c'de iki ucu sabit burkulmaya çalışan çubuğa ait mesnetleme durumu gösterilmektedir. Şekil 4d'de ise bir ucu sabit diğer ucu serbest çubuğun aksenal yükleme durumunda oluşabilen, burkulma biçimi ve burkulma uzunluğu gösterilmektedir.



**Şekil 4.** Çeşitli çubuklarda mesnetleme durumları ve etkili burkulma boyları

Eksenel yüklenmiş elemanların kritik yük durumu ve burkulma için limit değerleri daha açıkça Şekil 5'de gösterilmiştir. Burada  $\lambda$  narinlik katsayısı olarak bilinmektedir. Şekil 5 incelendiğinde BC eğrisi elastik bölge olup uzun çubuklar için geçerli olan Euler eğrisi olarak bilinir. Burada, narinlik katsayısının sınır narinlik katsayısından ( $\lambda_0$ ) büyük ( $\lambda > \lambda_0$ ) olduğu durumda Euler formülü geçerlidir. AB eğrisi plastik bölge ise kısa çubuklar için geçerli olan Johnson eğrisi olarak bilinir ve bu bölgede narinlik katsayısının sınır narinlik katsayısından ( $\lambda_0$ ) küçük ( $\lambda < \lambda_0$ ) olduğu durumda Tetmajer veya J.B. Johnson formülleri geçerlidir.



**Şekil 5.** Burkulmada elastik ve plastik deformasyon bölgeleri[1]

Narinlik (incelik) katsayısı(  $\lambda$  ) aşağıdaki formül ile hesaplanır:

$$\lambda = \frac{L_k}{k} \quad (3.1)$$

Burada  $L_k$  Şekil 4'de verilen mesnetleme durumlarına göre belirlenir ve  $k$  atalet yarıçapı;

$$k = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad (3.2)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada  $A$  çubuğun kesit alanı( $A=bxh$ ),  $I_y$  ise Şekil 3'deki çubuğun  $y$  eksenini etrafındaki atalet momenti olup aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$I_y = \frac{bh^3}{12} \quad (3.3)$$

Sınır narinlik katsayısı(  $\lambda_0$  ) ise

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{2E}{\sigma_{AK}}} \quad (3.4)$$

şeklinde ifade edilir.

Eğer incelenen bir yükleme durumunda gerilmeler elastiklik sınırının altında kalırsa Euler formülü geçerli olup, çubuğu kararsız duruma getiren burkulma kuvveti veya kritik kuvvet;

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_y}{L_k^2} \quad (3.5)$$

bağıntısıyla bulunabilir. Burada kesit atalet momenti( $I_y$ ) ve  $L_k$  etkili burkulma boyu olup Şekil 4'de verilen mesnetleme durumlarına göre alınır.

Kritik burkulma gerilmesi;

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} \quad (3.6)$$

bağıntısı ile bulunabilir.

Çizelge 3.1 çeşitli mesnetleme durumlarında burkulma için kritik yüklerin nasıl hesaplanacağını toplu halde verilmektedir. Burada  $L$  çubuk boyu,  $E$  çeliğin elastisite modülüdür.

**Çizelge 3.1.** Çeşitli çubuklarda mesnetleme durumları ve kritik yükün( $F_{kr}$ ) belirlenmesi

Mesnetleme durumları	İki Ucundan Mafsallı Çubuk (Şekil 5.a)	Bir Ucu Sabit Diğer Ucu Mafsallı Çubuk (Şekil 5.b)	İki Ucu Sabit Çubuk (Şekil 5.c)	Bir Ucu Sabit Diğer Serbest Çubuk (Şekil 5.d)
Kritik Yük(N)	$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2}$	$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_y}{(0.7L)^2}$	$F_{kr} = \frac{4\pi^2 EI_y}{L^2}$	$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_y}{4L^2}$

#### 4. DENEYİN YAPILIŞI

Çerçeve üst kısmında mesnetleme şekillerinin oluşturulmasını sağlayan tutucular ve burkulma çubukları Şekil 1’de bahsedildiği gibi yerleştirilir. Deney her bir mesnetleme durumu için ayrı ayrı gerçekleştirilir. Her bir çubuk için 1 N’luk ağırlıklarla tutucu üzerine aksenal yükleme yapıp Şekil 2’de gibi burkulmaları izleyip yük değerleri kayıt edilir. Genel burkulma teorisine göre  $L_k$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda_0$  değerleri belirlenerek Euler formülünün geçerli olup olmadığı tespit edilir. Teorik olarak Euler burkulma tiplerine göre kritik yükler hesaplanır. Bu hesaplanan kritik yüklerle göre kritik burkulma gerilmeleri hesaplanır ve sistemin burkulma açısından emniyetli olup olmadığı kontrol edilir. Pratikte hesap için aşağıdaki yol takip edilir.

- Çubuğun kesit alanı bilindiği takdirde  $I_y$  atalet momenti ve  $k$  atalet yarıçapı belirlenir.
- Yükleme ve mesnetleme durumuna göre etkili veya kritik çubuk uzunluğu(boyu) seçilip  $\lambda$  (3.1) eşitliğinden narinlik katsayısı bulunur.
- Sınır narinlik katsayısı  $\lambda_0$  (3.3) eşitliğinden hesaplanır ve

$$\lambda > \lambda_0 \text{ ise Euler}$$

$$\lambda < \lambda_0 \text{ ise Johnson veya Tetmajer}$$

formülleri uygulanarak (3.6) eşitliği kullanılarak kritik burkulma gerilmesi( $\sigma_{kr}$ ) belirlenmiş olur.

**Örnek:** Çubuk malzemesi 1.4310 yay çeliği, çubuk boyutları 0,5 X 12 mm, çubuk boyu  $L=180 \text{ mm}$ , elastisite modülü  $E=210000 \text{ N/mm}^2$  ve  $\sigma_{AK}=250 \text{ MPa}$ ’dır. Düşey doğrultuda uygulanan F kuvveti etkisinde burkulma kontrolü yapınız.

Atalet momenti

$$I_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 0,5^3}{12} = 0,125 \text{ mm}^4$$

Çubuğun kesit alanı

$$A = b \times h = 12 \times 0,5 = 6 \text{ mm}^2$$

Atalet yarıçapı

$$k = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{0,125}{6}} = 0,144 \text{ mm}$$

Sınır narinlik katsayısı

$$\lambda_0 = \pi \sqrt{\frac{2E}{\sigma_{AK}}} = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot 210000}{250}} = 128,70$$

elde edilir. İncelenen dört yükleme durumunda  $\lambda$  narinlik katsayısı Çizelge 4.1'deki gibi hesaplanır.

**Çizelge 4.1.** Narinlik katsayısının tespiti

Mesnetleme durumları	İki Ucundan Mafsallı Çubuk (Şekil 5.a) $L_k = L$	Bir Ucu Sabit Diğer Ucu Mafsallı Çubuk (Şekil 5.b) $L_k = 0,7L$	İki Ucu Sabit Çubuk (Şekil 5.c) $L_k = L/2$	Bir Ucu Sabit Diğer Serbest Çubuk (Şekil 5.d) $L_k = 2L$
Narinlik katsayısı $\lambda = \frac{L_k}{k}$	$\lambda = \frac{180}{0,144} = 1250$	$\lambda = \frac{126}{0,144} = 875$	$\lambda = \frac{90}{0,144} = 625$	$\lambda = \frac{360}{0,144} = 2500$

Burkulma halleri için narinlik katsayısının sınır narinlik katsayısından büyük olduğu görülmektedir. Bu durumda Euler formülü uygulanacaktır.

İki ucundan mafsallı çubuk için kritik kuvvet;

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} = \frac{\pi^2 210000}{180^2} = 8 \text{ N}$$

Kritik burkulma gerilmesi;

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} = \frac{8}{6} = 1,33 \text{ MPa}$$

elde edilir. İncelenen dört yükleme durumunda kritik yük ( $F_{kr}$ ), burkulma gerilmesi ( $\sigma_{kr}$ ) ve basma gerilmesinin ( $\sigma_b$ ) hesabı Çizelge 4.2'de gösterilmiştir.



**Çizelge 4.2.** Mesnetleme durumuna göre kritik yük( $F_{kr}$ ), kritik burkulma gerilmesi( $\sigma_{kr}$ ) ve basma gerilmesinin( $\sigma_b$ ) belirlenmesi

Mesnetleme durumları	Deneyisel Yük(N) (F)	Teorik Kritik Yük(N) ( $F_{kr}$ )	Kritik Burkulma Gerilmesi(MPa) $\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A}$	Basma Gerilmesi(MPa) $\sigma_b = \frac{F}{A}$
İki Ucundan Mafsallı Çubuk(Şekil 5.a)	(5+1)	8	1,33	1
Bir Ucu Sabit Diğer Ucu Mafsallı Çubuk (Şekil 5.b)	(13+1)	16,3	2,72	2,33
İki Ucu Sabit Çubuk (Şekil 5.c)	(29+1)	32	5,33	5
Bir Ucu Sabit Diğer Serbest Çubuk(Şekil 5.d)	(1+1)	2	0,33	0,33

Emniyet katsayısı(S) için  $S=1,5$  alınarak[1],

$$\sigma_{em} = \frac{\sigma_{AK}}{S} = \frac{250}{1,5} = 166,66 \text{ MPa}$$

olarak belirlenir. Çizelge 4.2.'den de görüldüğü gibi bütün mesnetleme durumları için  $\sigma_b < \sigma_{em}$  şeklindedir.

İncelenen dört mesnetleme durumunda burkulma hali için emniyet katsayısı  $S=3$  alınarak[1], deneysel yük Çizelge 4.3'deki gibi hesaplanır.

**Çizelge 4.3.**  $S=3$  alınarak deneysel yük tespiti

Mesnetleme durumları	Kritik Yük(N) ( $F_{kr}$ )	Deneyisel Yük(N) $F = \frac{F_{kr}}{S}$
a- İki Ucundan Mafsallı Çubuk(Şekil 5.a)	8	$F = \frac{8}{3} = 2,6$
b- Bir Ucu Sabit Diğer Ucu Mafsallı Çubuk (Şekil 5.b)	16,3	$F = \frac{16,3}{3} = 5,4$
c- İki Ucu Sabit Çubuk (Şekil 5.c)	32	$F = \frac{32}{3} = 10,6$
d- Bir Ucu Sabit Diğer Serbest Çubuk (Şekil 5.d)	2	$F = \frac{2}{3} = 0,6$

Mesnetleme durumuna göre  $S=3$  için elde edilen deneysel yükleme( $F$ ) değerlerine kadar yükleme yapıldığı takdirde çubuklar burkulma açısından emniyetli olacaktır. Çubukların burkulmadan taşıyabileceği yükler(deneysel yükler( $F$ )) bu çizelgeye göre alınmalıdır.

## 5. İSTENENLER

- 1-) Mesnet durumlarına göre burkulma çubuklarını tanıtınız.
- 2-) Her bir çubuk için aksenal yükleme yapıp burkulmaları izleyip yük değerlerini kaydediniz.
- 3-) Genel burkulma teorisini özetleyip  $L_k$ ,  $k$ ,  $\lambda$ ,  $\lambda_0$  değerleri belirlenip Euler formülünün geçerli olduğunu gösteriniz.
- 4-) Kritik burkulma yüklerini hesaplayarak deneysel yükleri mesnetleme durumlarına göre hesaplayarak elde edilen sonuçları irdeleyiniz.

## 6. KAYNAKLAR

1. E.KOÇ. Makina Elemanları Cilt-I, 4. Baskı, Nobel Yayınları, Adana, 2010.
2. GUNT WP 121, Euler Strut Theory Demonstration Unit, Hamburg, Germany, 2010.